ANÁLISIS DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES MEDIANTE MECÁNICA DE LA FRACTURA

B.S. Tork, E. Reyes, J.C. Gálvez y V. Navarro

E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos,
Universidad de Castilla La Mancha, Av. Camilo José Cela, s/n, 13071-Ciudad Real.

Resumen. Tradicionalmente el análisis de la estabilidad de taludes se hace por el método del equilibrio límite. Se trata de un método simplificado que supone un factor de seguridad constante a lo largo de la línea de deslizamiento y que puede conducir a resultados del lado de la inseguridad en el caso de arcillas sobreconsolidadas. Este material muestra un comportamiento cohesivo en rotura. En este trabajo se estudia la posibilidad de aplicar los modelos cohesivos de fractura al cálculo del factor de seguridad frente a deslizamiento de un talud de arcilla sobreconsolidada. El modelo se aplica a dos taludes y los resultados obtenidos se comparan con los proporcionados por el método clásico.

Abstract. Slope stability analysis is classically based on the limit equilibrium method. This approach assumes a constant safety factor along the sliding line, but this hypothesis may be quite simple, and may leads to unsafe results in the case of overconsolidated clay. This material shows cohesive behaviour. This work proposes an alternative approach based on the cohesive fracture modelling applying to estimate the safety factor. Two different slopes are studied and the results supplied by the classical and the cohesive models are compared.

1. INTRODUCCIÓN

El cálculo de la estabilidad al deslizamiento de un talud se suele hacer por el método de las superficies de deslizamiento [1]. Este método supone que el deslizamiento se produce a través de una línea de forma dada (recta, círculo, espiral logarítmica, línea quebrada, etc.) Consiste en ensayar con diversas superficies de la forma adoptada, suponiendo que a lo largo de cada una de ellas actúa la resistencia al esfuerzo tangencial del terreno minorada por el coeficiente de seguridad, y a partir de las condiciones de equilibrio se estima el coeficiente de seguridad F, como la relación entre la resistencia tangencial del terreno y la tensión tangencial movilizada [2].

Este planteamiento supone algunas simplificaciones, que en el caso particular de los taludes de arcilla consolidada y sobreconsolidada pueden conducir a resultados del lado de la inseguridad. Se adopta la hipótesis de que la tensión tangencial es constante a lo largo de la línea de deslizamiento, lo cual implica un único factor de seguridad F para todo el talud, mientras que en la realidad F varía de unos puntos a otros de la superficie de deslizamiento. Además no se contempla el comportamiento con ablandamiento de las arcillas, lo que como se ha puesto de manifiesto [3] puede resultar inseguro.

El trabajo previo desarrollado [4-5] por los autores para simular el comportamiento en rotura de materiales cohesivos, que exhiben un comportamiento con ablandamiento, anima a realizar una prospección sobre la posibilidad de aplicar estos modelos al estudio de la estabilidad de taludes de materiales con ablandamiento, como son las arcillas. En particular, el modelo propuesto [4-5] permite evaluar las tensiones normales y tangenciales a lo largo de la línea de deslizamiento, y contempla el comportamiento con ablandamiento del material.

El objetivo de este trabajo es estudiar la estabilidad de taludes de arcillas consolidadas y sobreconsolidadas con un modelo de mecánica de fractura para materiales cohesivos y comparar sus resultados con los obtenidos mediante los métodos clásicos, y establecer las ventajas e inconvenientes de aplicar cada uno.

2. MÉTODO CLÁSICO DE CÁLCULO

En el caso de los depósitos naturales de arcilla, especialmente si está sobreconsolidada, los deslizamientos suelen ocurrir a través de superficies aproximadamente circulares [1]. La Figura 1 muestra un esquema del deslizamiento circular. Si la cohesión es constante, cuando el deslizamiento sea inminente se cumplirá:

$$Wd = \frac{c}{F} a R^2 \qquad (1)$$

de donde el factor de seguridad F resulta:

$$F = \frac{cR^2 a}{Wd} \qquad (2)$$

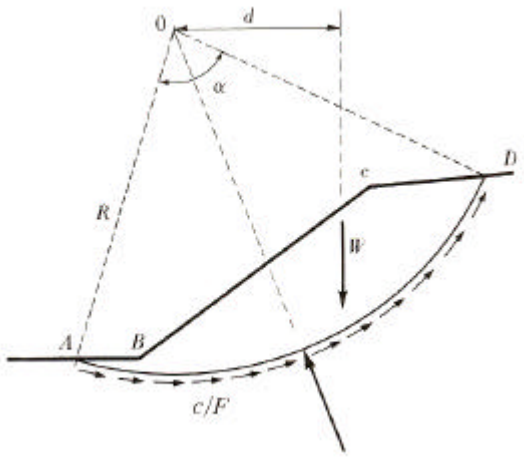


Fig.1. Deslizamiento circular en terreno cohesivo [1].

donde *W* es el peso del terreno que desliza, *d* es el brazo de *W* respecto al centro de rotación, *c* la cohesión, *R* el radio del círculo de deslizamiento y *a* el ángulo correspondiente al sector que desliza.

La aplicación del método ha aconsejado algunas variaciones [2]: 1) el círculo de rotura pasa por el pie del talud, 2) la superficie de rotura moviliza cohesión y fricción, no solo cohesión, de acuerdo con la ecuación:

$$t = c + s \tan f_f \qquad (3)$$

donde t es la tensión tangencial, c la cohesión, s la tensión normal y f_f el ángulo de fricción, y 3) se contempla la presencia de una grieta de tracción en la cabeza del talud.

La Figura 2 muestra un esquema de la forma de la superficie de deslizamiento del talud y de los parámetros geométricos empleados en el cálculo. El coeficiente de seguridad vendría dado por :

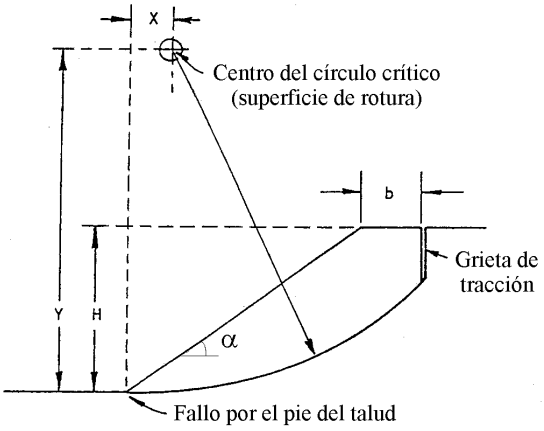


Fig.2. Superficie crítica de deslizamiento circular en terreno cohesivo con una grieta de tracción en la cabeza del talud [2].

$$t_{mb} = \frac{c}{F} + \frac{s \tan f_f}{F} \qquad (4)$$

donde t_{mb} es la tensión tangencial movilizada, c la cohesión, s la tensión normal y f_f el ángulo de rozamiento.

La expresión (4) es estáticamente indeterminada y depende de la distribución de tensiones normales *s* a lo largo de la línea de deslizamiento. Se han propuesto diversas distribuciones: a) la tensión concentrada en un solo punto de la superficie de deslizamiento, o b) concentrada en los dos extremos de la línea de deslizamiento. La primera de ellas conduce al valor más bajo del coeficiente de seguridad y suele ser la que se adopta [2].

Un aspecto importante que condiciona el comportamiento del talud es la presencia de agua y particularmente su presión en la línea de deslizamiento. En este trabajo asumimos que el talud está completamente drenado.

Para un talud completamente drenado la refª. [2] propone el ábaco de seguridad mostrado en la Figura 3. En él se entra con el valor adimensional: $c/gH\tan f_f$, se busca la curva correspondiente al ángulo del talud, y a partir del punto de intersección se hayan los valores de $\tan f_f/F$ y c/gHF, de donde se obtiene el valor de F.

3. MODELO COHESIVO

El procedimiento de cálculo propuesto [4-5] contempla dos acciones consecutivas: 1) determinación de la superficie de deslizamiento crítica del talud, y 2) incorporación del modelo cohesivo en la superficie de deslizamiento adoptada.

3.1. Superficie crítica de deslizamiento

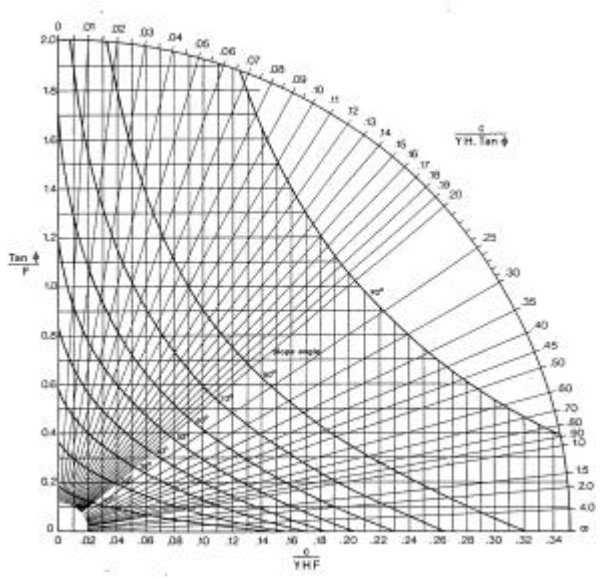
Se adopta el criterio propuesto en la refª. [2], según el cual la distancia b de la grieta de tracción al borde del talud se obtiene de la Figura 4, y la posición del centro del círculo de deslizamiento (coordenadas X e Y en la Figura 2) se obtiene de la Figura 5.

3.2. Condición de agotamiento del material cohesivo

En el fallo del material bajo la acción combinada de tensiones normales y tangenciales el desplazamiento relativo entre las caras de la superficie de deslizamiento es de naturaleza vectorial. Sea **u** el vector de desplazamientos relativos, cuyas componentes normal y tangencial son u_n y u_t,

$$\mathbf{u} = u_n \vec{n} + u_t \vec{t} \qquad (5)$$

donde $\vec{n}$ y $\vec{t}$ son los vectores unitarios en la dirección normal y tangencial de la superficie de deslizamiento.



.

Fig.3. Ábaco para el cálculo del factor de seguridad al deslizamiento de un talud completamente drenado con superficie de deslizamiento circular [2].

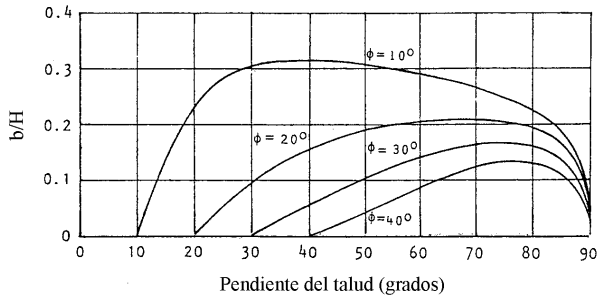


Fig.4. Distancia de la grieta vertical del talud al borde del talud (valor *b* en la Figura 2) [2].

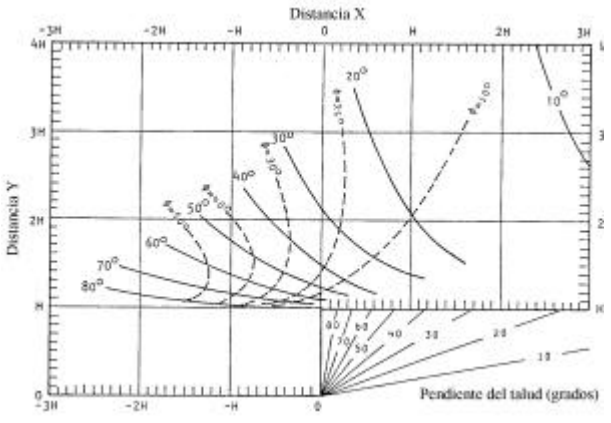


Fig.5. Posición del centro de la superficie crítica circular de deslizamiento (valores *X* e *Y* en la Figura 2) [2].

De este modo la tensión transmitida entre las caras de la superficie de deslizamiento es también de naturaleza vectorial, cuyas componentes normal y tangencial, expresadas como s y t respectivamente, permiten definir el vector de tracción **t** en la cara inferior de la superficie de deslizamiento:

$$\mathbf{t} = s\,\vec{n} + t\,\vec{t} \tag{6}$$

La formulación del modelo de fisura cohesivo exige establecer la relación entre el vector de tracción **t** y el vector de desplazamientos relativos **u**. En este trabajo adoptamos una formulación elastoplástica, en la que separamos el vector de desplazamientos relativos en una parte elástica y otra inelástica:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^{\mathbf{e}} + \mathbf{u}^{\mathbf{i}} \tag{7}$$

de forma que el vector de tracción se expresa:

$$\mathbf{t} = \mathbf{K}_e \mathbf{u}^e \tag{8}$$

donde $\mathbf{K}_e$ es un tensor de rigidez de segundo orden. Asumimos que las componentes normal y tangencial están desacopladas, de modo que en la base $\{\vec{n},\vec{t}\}$ la matriz $\mathbf{K}_e$ es diagonal. Además, a falta de más datos experimentales, asumimos que la rigidez normal y tangencial son iguales:

$$[\mathbf{K}_e] = K^e \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

Por lo que respecta al comportamiento inelástico, hemos asumido [4-5] que el fallo progresa cuando una determinada superficie de fallo $F(\mathbf{t}) = 0$ es alcanzada. En este trabajo adoptamos la siguiente expresión hiperbólica [4] para la superficie de fallo:

$$F(\mathbf{t}) = t^2 - \tan f_f \,(f_t - s)\left[2c - \tan f_f \,(f_t + s)\right] \tag{10}$$

donde c, f_f y f_t son los valores instantáneos de la cohesión, el ángulo de fricción y la resistencia a tracción, respectivamente. Estos valores dependen de la historia de carga a través del parámetro u^{ieff}, definido como sigue:

$$\dot{u}^{ieff} = \left\|\dot{\mathbf{u}}^{i}\right\| = \left(\dot{u}_n^{i^2} + \dot{u}_t^{i^2}\right)^{0.5} \tag{11}$$

$$u^{ieff} = \int \dot{u}^{ieff}\, dt \tag{12}$$

En este trabajo adoptamos constante el valor del ángulo de fricción f_f, mientras que los valores instantáneos de la resistencia a tracción f_t y la cohesión c dependen del parámetro de ablandamiento u^{ieff} a través de una curva bilineal como la mostrada en la Figura 6.

Las curva de ablandamiento bilineal de la resistencia a tracción y cohesión (Figura 6) se puede obtener experimentalmente. En este trabajo se ha supuesto que ambas curvas son proporcionales y que agotan su ablandamiento para un mismo valor de la apertura crítica de la grieta w_c. Así se cumple:

$$w_c = w_s\,, \quad w_{1c} = w_{1s}\,, \quad c_0 = f_{t0}\frac{G_F^{IIa}}{G_F^I}, \quad s_{1c} = s_{1s}\frac{G_F^{IIa}}{G_F^I} \tag{13}$$

La Figura 7 muestra la superficie de fallo y su evolución con el parámetro de ablandamiento u^{ieff}. Cada superficie de fallo tiene dos brazos, pero solo el que se extiende hacia valores negativos de s tiene sentido físico. Cuando el material está completamente deteriorado (resistencia a tracción y cohesión nulas), la superficie de fallo pasa a ser una superficie de fricción de Coulomb con coeficiente de rozamiento $m = \tan f_f$ tal y como muestra la Figura 7.

3.3. Regla de flujo y dilatancia

Para completar el modelo es necesario saber cómo evolucionan los desplazamientos inelásticos en la superficie de deslizamiento. Su evolución se establece mediante la regla de flujo, basada en el potencial plásti-

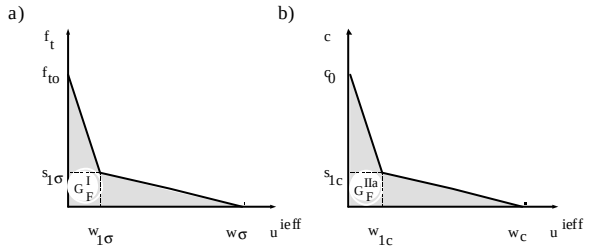


Fig.6. Curvas de ablandamiento: a) resistencia a tracción, b) cohesión.

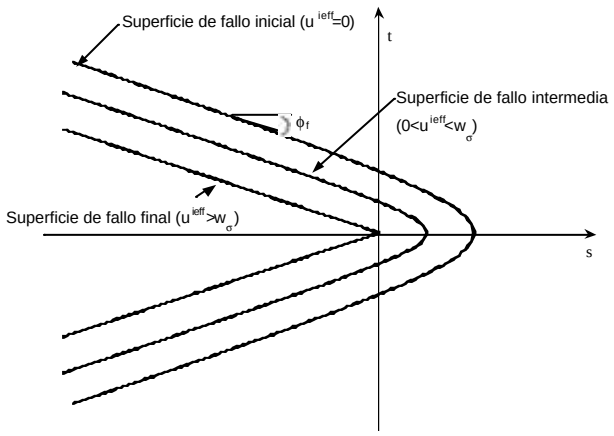


Fig.7. Superficies de fallo y evolución con el parámetro u^{ieff}.

co de las tensiones. En nuestro caso postulamos la existencia de un potencial plástico $Q(\mathbf{t})$, de modo que el incremento de los desplazamientos es dado por:

$$\dot{\mathbf{u}}^i = \dot{l}\frac{\partial Q(\mathbf{t})}{\partial \mathbf{t}} = \dot{l}\,\mathbf{b} \tag{14}$$

donde **b** es la normal a la superficie de potencial plástico y $\dot{l}$ es un multiplicador plástico no negativo.

El ángulo de dilatancia es definido, a través de su tangente, mediante la relación que existe entre el incremento de los desplazamientos inelásticos normales y tangenciales:

$$\tan f_d = \frac{\dot{u}_n^i}{\dot{u}_t^i} \tag{15}$$

3.4. Integración de las ecuaciones constitutivas

La integración numérica de las ecuaciones se basa en calcular el incremento del vector de tracción **t** cuando se produce un incremento del vector de desplazamientos **u**. Para ello se expresan en forma incremental las ecuaciones (7) y (8) y se calcula $\dot{\mathbf{t}}$ por medio de la ecuación (14):

$$\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{K}_e\left(\dot{\mathbf{u}} - \dot{l}\,\mathbf{b}\right) = \mathbf{K}_e\dot{\mathbf{u}} - \dot{l}\,\mathbf{K}_e\mathbf{b} \tag{16}$$

esta ecuación se puede escribir en forma incremental:

$$\Delta\mathbf{t} = \mathbf{K}_e\Delta\mathbf{u} - \Delta l\,\mathbf{K}_e\mathbf{b} \tag{17}$$

A partir de esta expresión se procede del siguiente modo: supongamos alcanzado el equilibrio al final del paso *n*-ésimo, definido por $\mathbf{t}_n$ *y* u_n^{ieff}, y dado un incremento de desplazamientos $\Delta\mathbf{u}$**.** Para establecer el equilibrio correspondiente al paso *n+1* suponemos un comportamiento elástico (Δl = 0), de modo que el predictor elástico es:

$$\mathbf{t}_e = \mathbf{t}_n + \mathbf{K}_e\Delta\mathbf{u} \tag{18}$$

Si se cumple $F\left(\mathbf{t}, u_n^{ieff}\right) = 0$, el comportamiento es elástico y $\mathbf{t}_{n+1} = \mathbf{t}_e$. Si no, la superficie de rotura evoluciona y $\Delta l > 0$ en la ecuación (17), de modo que buscamos el valor de Δl con la propia ecuación (17):

$$\mathbf{t}_{n+1} = \mathbf{t}_e + \Delta l\,\mathbf{K}_e\mathbf{b}_{n+1} \tag{19}$$

Al final del paso *n+1* debe cumplirse:

$$F\left(\mathbf{t}_{n+1}, u_{n+1}^{ieff}\right) = 0 \quad y \quad b_{n+1} = \left.\frac{\partial Q\left(\mathbf{t}, u_{n+1}^{ieff}\right)}{\partial \mathbf{t}}\right|_{\mathbf{t}=\mathbf{t}_{n+1}} \tag{20}$$

las ecuaciones (19) y (20) se resuelven mediante iteraciones con los valores de Δl, $\mathbf{t}_{n+1}$ y u_{n+1}^{ieff}.

4. EJEMPLOS DE APLICACIÓN

4.1. Talud 1

La Figura 8 muestra la forma y dimensiones adoptadas para el primer ejemplo de cálculo. Las dimensiones adoptadas fueron: ángulo del talud a = 30º, altura H = 30 m. El ángulo de fricción f_f = 20º. A partir de estos valores y con ayuda de las Figuras 4 y 5 se deduce que la distancia b es 3 m, y la posición del centro del círculo de deslizamiento es X = 6 m e Y = 55.5 m.

Se adoptaron dos pares de valores de la resistencia a tracción f_t y la cohesión c del material, a los que corresponden dos valores del factor de seguridad F calculado por el método clásico (Figura 3). La Tabla 1 muestra estos resultados.

La Figura 9 muestra las trayectorias de tensiones para varios puntos de la superficie circular de deslizamiento y las compara con la superficie de fallo correspondiente a un coeficiente de seguridad F de valor 3. El hecho de tener una trayectoria de tensiones y no un solo valor individual responde a que el cálculo es no lineal y se llega al valor final de tensiones mediante un proceso incremental de carga.

Establecemos como factor de seguridad, para cada punto de la superficie de deslizamiento (puntos 1 a 5), la relación entre la ordenada correspondiente a la superficie de fallo y la ordenada del punto final de tensiones, es decir la tensión tangencial de agotamiento entre la tensión tangencial que solicita el material. En la Figura 9 el mayor factor de seguridad corresponde al punto 2, con un valor de 4.7, y el menor al punto 4 con un valor de 2.9, resultando un valor medio a lo largo de la línea de deslizamiento de 3.6. Adoptamos como factor de seguridad el que corresponde al punto más desfavorable, en este caso sería 2.9, que es muy parecido al propuesto por el método clásico.

Tabla 1. Parámetros del material adoptados en el ejemplo 1 y factores de seguridad a deslizamiento resultantes por el método clásico.

Caso	c (kPa)	f_t (kPa)	Factor Seguridad
1	19.65	43.2	3
2	0.22	0.48	0.7

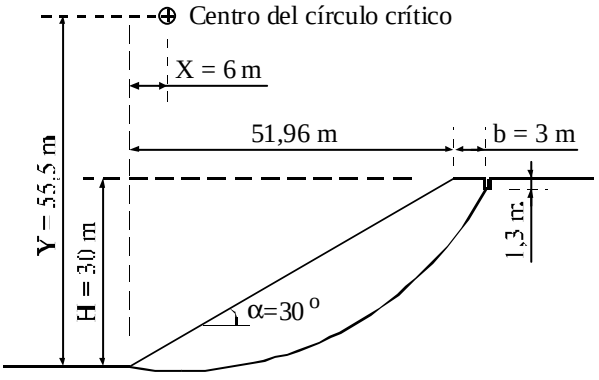


Fig.8. Geometría y dimensiones adoptadas para el talud correspondiente al talud 1.

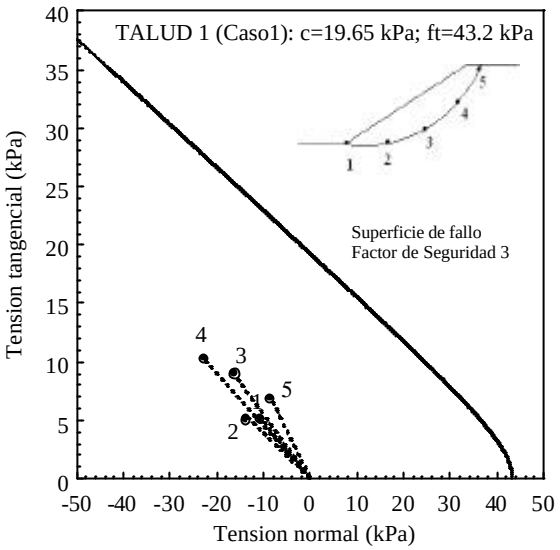


Fig.9. Trayectorias de tensiones en varios puntos de la superficie de deslizamiento del talud 1 y superficie de fallo con factor de seguridad 3.

Con el fin de verificar el correcto funcionamiento del modelo con ablandamiento se ha estudiado el caso 2, en el que el talud tendría un coeficiente de seguridad F ficticio de 0.7, que no quiere decir otra cosa que el talud es inestable y desliza. La Figura 10 muestra las trayectorias de tensiones para varios puntos de la superficie circular de deslizamiento y las compara con la superficie de fallo correspondiente a un coeficiente de seguridad F ficticio de valor 0.7. En ella se observa que en varios puntos de la línea de deslizamiento se alcanza la superficie de fallo antes de alcanzar el estado final de tensiones, por lo que el talud sería inestable y deslizaría, lo que concuerda con los resultados del método clásico.

4.2. Talud 2

La Figura 11 muestra la forma y dimensiones adoptadas en el segundo ejemplo de cálculo. Las dimensiones adoptadas fueron: ángulo del talud a = 70º, altura H = 30 m. El ángulo de fricción f_f = 30º. A partir de estos valores y con ayuda de las Figuras 4 y 5 se deduce que la distancia b es 4.8 m, y la posición del centro del círculo de deslizamiento es X = -21 m e Y = 33 m. La Tabla 2 muestra los valores de la resistencia a tracción f_t y la cohesión c del material adoptados.

La Figura 12 muestra las trayectorias de tensiones de

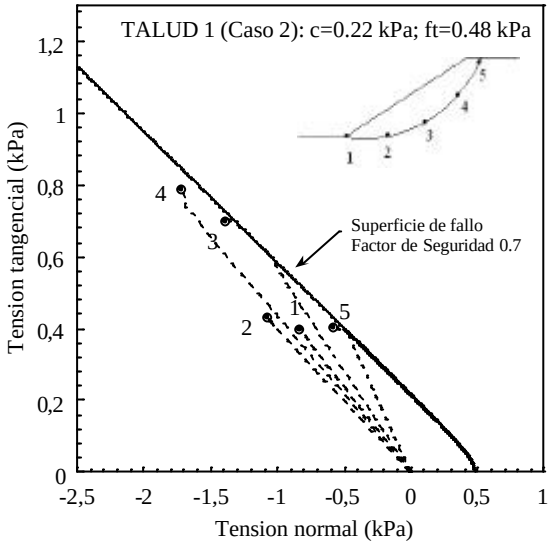


Fig.10. Trayectorias de tensiones en varios puntos de la superficie de deslizamiento del talud del talud 1 y superficie de fallo con factor de seguridad 0.7.

varios puntos de la superficie circular de deslizamiento y las compara con la superficie de fallo correspondiente a un coeficiente de seguridad F de valor 5. El mayor valor del factor de seguridad corresponde al punto 2, y es 11.5, y el menor al punto 5 y es 1.8, resultando un valor medio a lo largo de la línea de deslizamiento de 6.3. El valor medio es superior al proporcionado por el método clásico, pero hay puntos con un valor mucho menor.

5. COMENTARIOS FINALES

En los ejemplos estudiados el modelo cohesivo proporciona valores medios del factor de seguridad F a deslizamiento similares a los proporcionados por el método clásico, pero pone de manifiesto que F puede variar considerablemente a lo largo de la línea de deslizamiento. Los resultados obtenidos animan a profundizar en el estudio de la aplicación de los modelos cohesivos de fractura al análisis de la estabilidad a deslizamiento de taludes.

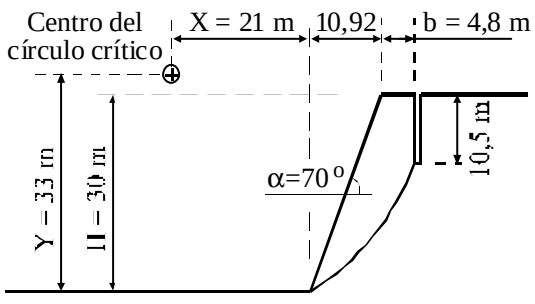


Fig.11. Geometría y dimensiones del talud 2.

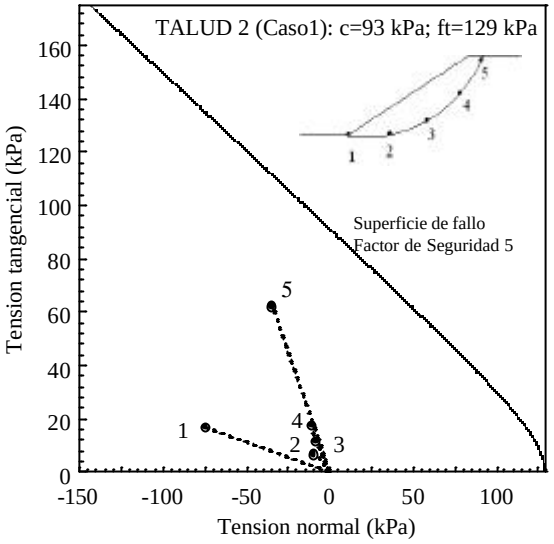


Fig.12. Trayectorias de tensiones en varios puntos de la superficie de deslizamiento del talud 2 y superficie de fallo con factor de seguridad 5.

Tabla 2. Parámetros del material adoptados en el ejemplo 2 y factor de seguridad a deslizamiento resultantes por el método clásico.

c (kPa)	f_t (kPa)	Factor Seguridad
93	129	5

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Comunidad Económica Europea y al Ministerio de Ciencia y Tecnología las ayudas económicas concedidas a través de los proyectos EVK4-2001-00091 y MAT2001-3863-CO3-02. Así mismo agradecen a la Junta de Comunidades de Castilla La Mancha la ayuda concedida a través del proyecto PBI-02-006. Además agradecen al Ministerio de Educación la ayuda SB2001-0076. Así mismo agradecen al Dr. David Cendón la ayuda prestada en los cálculos.

REFERENCIAS

[1] Jiménez, J.A., Justo, J.L. y Serrano, A. "Geotecnia y Cimientos II", Ed. Rueda, (1981).

[2] Hoek, E. y Bray, J., "Rock Slope Engineering", E&F Spon, London, (1994).

[3] Bazant, Z.P., "Is no-tension design of concrete or structures always safe?-Fracture analysis", J. of Structural Engineering, 122, pp. 2-10, (1996).

[4] Gálvez, J.C., Cervenka, J., Cendón, D.A. y Saouma, V., "A discrete crack approach to normal/shear cracking of concrete", Cement and Concrete Research, 32, pp. 1567-1585, (2002).

[5] Gálvez, J.C. y Cendón, D.A., "Simulación de la fractura del hormigón en modo mixto", Rev. Int. Mét. Num. Calc.. Dis. Ing., 18, pp. 31-58, (2002).